Ministerul Educaţiei şi Cercetării

Olimpiada Naţională de Matematică 2008

Etapa judeţeană şi a Municipiului Bucureşti

1 martie 2008

CLASA A VII-A

Subiectul 1. Să se arate că

$$n\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}\right) \geq (n+1)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n+1}\right),$$

pentru orice număr natural $n \geq 1$.

Subiectul 2. Se consideră pătratul $ABCD$ şi punctul E pe latura AB. Diagonala AC taie segmentul DE în punctul P. Perpendiculara dusă din punctul P pe DE intersectează latura BC în punctul F. Demonstraţi că $EF = AE + FC$.

Subiectul 3. Într-o şcoală sunt 10 clase. Fiecare elev dintr-o clasă se cunoaşte cu exact câte un elev din celelalte 9 clase. Să se arate că toate clasele au acelaşi număr de elevi.

(Se acceptă faptul următor: dacă elevul A îl cunoaşte pe elevul B, atunci şi elevul B îl cunoaşte pe elevul A).

Subiectul 4. Fie $M = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, \ldots\}$ mulţimea numerelor naturale care nu se divid cu 3. Suma a $2n$ elemente consecutive ale mulţimii M este 300. Să se determine valorile posibile ale lui n.

Problemă aleasă din Gazeta Matematică 2007

Timp de lucru 3 ore

Toate subiectele sunt obligatorii